

Adı Soyadı :
Numara :

19.12.2019

Cevap Anahtarı

MAT 103 LİNEER CEBİR I DERSİ QUIZ SORULARI

\mathbb{R}^3 uzayında $S = \{\alpha_1 = (1,1,0), \alpha_2 = (1,1,1), \alpha_3 = (0,1,-1)\}$ cümlesi verilsin.

- 1- S cümlesinin lineer bağımsız olup olmadığını araştırınız.
- 2- S cümlesi lineer bağımsız ise Gram-Schmidt metodunu uygulayarak S cümlesini ortonormal hale getiriniz.

BAŞARILAR

NOT : Sorular eşit puanlı süre 45 dakikadır.

Prof.Dr.İsmail AYDEMİR

Cevap Anahtarı :

1- $\lambda_1 \alpha_1 + \lambda_2 \alpha_2 + \lambda_3 \alpha_3 = 0$
 $\lambda_1 (1,1,0) + \lambda_2 (1,1,1) + \lambda_3 (0,1,-1) = 0$
 $(\lambda_1 + \lambda_2, \lambda_1 + \lambda_2 + \lambda_3, \lambda_2 - \lambda_3) = 0$
 $\lambda_1 + \lambda_2 = 0$
 $\lambda_1 + \lambda_2 + \lambda_3 = 0 \Rightarrow \lambda_3 = 0$
 $\lambda_2 - \lambda_3 = 0 \Rightarrow \lambda_2 = 0$ ve $\lambda_1 + \lambda_2 = 0 \Rightarrow \lambda_1 = 0$
 $\lambda_1 = \lambda_2 = \lambda_3 = 0$ old. lineer bağımsızdır.

2- $y_1 = \alpha_1 = (1,1,0)$
 $y_2 = \alpha_2 - \frac{\langle \alpha_2, y_1 \rangle}{\|y_1\|^2} y_1 = (1,1,1) - \frac{\langle (1,1,1), (1,1,0) \rangle}{\langle (1,1,0), (1,1,0) \rangle} (1,1,0)$
 $= (1,1,1) - \frac{2}{2} (1,1,0)$
 $= (0,0,1)$

$y_3 = \alpha_3 - \frac{\langle \alpha_3, y_2 \rangle}{\|y_2\|^2} y_2 - \frac{\langle \alpha_3, y_1 \rangle}{\|y_1\|^2} y_1$
 $= (0,1,-1) - \frac{\langle (0,1,-1), (0,0,1) \rangle}{\langle (0,0,1), (0,0,1) \rangle} (0,0,1) - \frac{\langle (0,1,-1), (1,1,0) \rangle}{\langle (1,1,0), (1,1,0) \rangle} (1,1,0)$
 $= (0,1,-1) - \frac{(-1)}{1} (0,0,1) - \frac{1}{2} (1,1,0)$
 $= (0,1,-1) + (0,0,1) + \left(-\frac{1}{2}, -\frac{1}{2}, 0\right) = \left(-\frac{1}{2}, \frac{1}{2}, 0\right)$

S cümlesinin ortogonalleşmiş hali $\{y_1, y_2, y_3\}$ cümlesidir

$$e_1 = \frac{y_1}{\|y_1\|} = \frac{1}{\sqrt{2}} \cdot (1, 1, 0) = \left(\frac{1}{\sqrt{2}}, \frac{1}{\sqrt{2}}, 0 \right)$$

$$e_2 = \frac{y_2}{\|y_2\|} = \frac{1}{1} \cdot (0, 0, 1) = (0, 0, 1)$$

$$e_3 = \frac{y_3}{\|y_3\|} = \frac{1}{\sqrt{2}} \cdot \left(-\frac{1}{2}, \frac{1}{2}, 0 \right) = \left(-\frac{\sqrt{2}}{2}, \frac{\sqrt{2}}{2}, 0 \right)$$

S cümlesinin ortonormalleşmiş hali $\{e_1, e_2, e_3\}$ cümlesidir
yani $\left\{ \left(\frac{1}{\sqrt{2}}, \frac{1}{\sqrt{2}}, 0 \right), (0, 0, 1), \left(-\frac{\sqrt{2}}{2}, \frac{\sqrt{2}}{2}, 0 \right) \right\}$